

行政院國家科學委員會專題研究計畫成果報告

複合材料三明治板的頻率響應分析與應用

Frequency response analysis and applications of composite materials sandwich plates

計畫編號：NSC 91-2212-E-164-002

執行期限：91年01月01日至91年07月31日

主持人：吳家宏(J. H. Wu) 修平技術學院工業管理系

一、中文摘要

本計畫利用一階剪變形平板理論[1] FSDT(The first order shear deformation theory)為基礎，以前後處理軟體 PATRAN 建構複合材料三明治板之幾何外形，並以有限元素分析軟體 NASTRAN [2]為分析工具來建立複合材料三明治板之頻率響應分析，分析中改變複合材料三明治板各項參數，以了解不同參數製成的複合材料三明治板在不同頻率的正弦函數外力作用下，整個板隨頻率變化產生峰、谷分佈情形。

利用頻率響應分析所得板的各個節點位移資料輸入以雷利一次積分(Rayleigh's first integral)公式寫成的福傳(Fortran)語言程式，即可將聲壓計算出來。

由以上聲壓的計算與實驗結果比對得知，本理論分析方法的正確性及複合材料三明治板在聲學應用的可行性。

關鍵詞：複合材料、三明治板、頻率響應分析、共振頻率、雷利一次積分、聲壓。

Abstract

The first order shear deformation theory (FSDT) is used to model the deformation of the composite materials sandwich plates. Using the pre-post processor packages PATRAN, to construct the geometric model of the plates and then use finite element

packages NASTRAN, to analyze the frequency response analysis of composite materials sandwich plates. And change the design parameters to analyze again. Using the pre-post processor to find out the peak and valley of the plates subjected to external sinusoidal force with different frequencies.

On the other hand, the responses of the plate are then used in the Rayleigh's first integral to evaluate the sound pressure level of the composite materials sandwich plates. The FORTRAN language programs the Rayleigh's first integral.

The comparison between the theoretical and experimental results shows that the proposed method can produce reasonably good results.

Keywords: composite materials, sandwich plate, frequency response analysis, resonance frequency, Rayleigh's first integral, sound pressure level.

二、緣由與目的

如何預估結構動態行為，評估結構安全性，以及設計參數的回饋與修改，是研究結構動力學的主題，其中共振破壞，就是機械結構破壞的一大主因。然而現今所開發以複合材料三明治結構製成的產品，已經可以大量的減輕結構的重量來增加其

實用性，但是其共振頻率也隨著設計的改變而有所改變，也因為複合材料三明治結構的設計參數較一般等向性材料來的多且複雜，所以要了解複合材料三明治結構的動態行為，就必須對它作一番研究。

一般結構的動態行為以正面的考慮而言，首先想到的就是共振破壞。然而反過來思考，共振頻率也有其使用的價值，也就是在結構強韌的前提下，利用板的共振的效應以達到高的位移反應，使得靠平面薄板發聲的揚聲器其聲壓值可以大幅提高，而以有限元素分析揚聲器聲壓值的論文[3]。利用複合材料三明治結構重量輕且剛性強的特性，美國 Precision Power, Inc. [4-5]及英國 NXT 公司[6-10]就分別研發了平面式複合材料三明治結構喇叭，然而材質及製作技術等參數的變因很大，目前還有很多發展空間。

本計畫就是以複合材料三明治板結構的頻率響應分析為基礎，以正向及逆向思考的方式來探討在共振頻率下之應用及實用性。

三、內容

首先，對一薄板作頻率域分析，其運動方程式為：

$$[M]\{X''(t)\} + [C]\{X'(t)\} + [K]\{X(t)\} = \{P(t)\} \quad (1)$$

其中 $[M]$ 為質量矩陣； $[C]$ 為阻尼係數矩陣； $[K]$ 為勁度矩陣； $\{P(t)\}$ 為外力向量； $\{X(t)\}$ 為位移向量。若外力函數為同頻的正旋函數，則可以將它表示成指數型式如下：

$$P_j(t) = A_j e^{i(\omega t + \theta_j)} \quad (2)$$

其中 $P_j(t)$ 為外力第 j 個分量； A_j 為外

力第 j 個分量的振幅大小； ω 為角頻率； θ_j 為第 j 個分量的項位差。(1)式的穩態解為正弦函數，故可令位移向量 $\{X(t)\}$ 為下式：

$$X_k(t) = B_k e^{i(\omega t + \theta_k)} \quad (3)$$

將(3)式代入(1)式，得

$$\{-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K]\} \{X\} e^{i\omega t} = \{P\} e^{i\omega t} \quad (4)$$

左右兩邊消去 $e^{i\omega t}$ ，得

$$\{-\omega^2[M] + i\omega[C] + [K]\} \{X\} = \{P\} \quad (5)$$

其中位移向量 $\{X\}$ 即為角頻率 ω 的函數。

其次，再將此位移向量在某一個頻率下計算其聲壓的大小。

而聲壓大小則是利用 Rayleigh's first integral 來計算，若對一微小振動板而言，其方程式如下：

$$P(r, t) = \left(\frac{i\omega\rho_0 V_d \delta S}{2\pi r} \right) e^{[i(\omega t - kr)]} \quad (6)$$

若對整塊板而言，聲壓的大小則是積分(6)式可得

$$P(r, t) = \left(\frac{i\omega\rho_0}{2\pi} \right) e^{i\omega t} \int_S \frac{V_d(x, y) e^{ikR}}{R} dS \quad (7)$$

設 $R_d(x, y) = Ae^{i(\omega t - kR)}$ ，兩邊對時間微分，則 $V_d(x, y) = i\omega Ae^{i(\omega t - kR)} = i\omega R_d(x, y)$ ，代回上式得，

$$P(r, t) = \left(\frac{-\omega^2 \rho_0}{2\pi} \right) e^{i\omega t} \int_S \frac{R_d(x, y) e^{-kR}}{R} dS \quad (8)$$

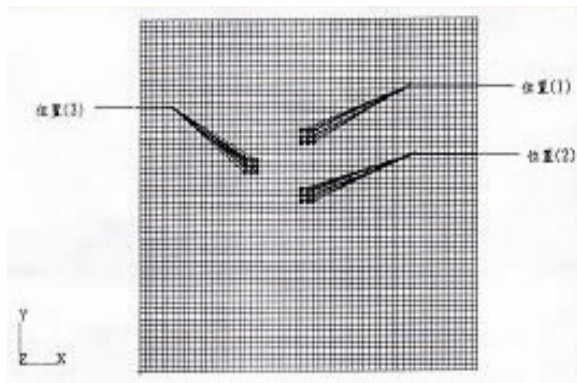
其中， $P(r, t)$ 為距離振動板平面 r 處，

t 時間的聲壓； ρ_0 為空氣密度； $V_d(x, y)$ 為振動板表面元素的速度； $R_d(x, y)$ 為振動板表面元素的位移；R 為觀測點至振動板表面元素的距離，k 為波數 ($k=w/c$)。

利用前述頻率響應分析所得的頻率域節點位移反應，以 Fortran 語言撰寫程式將每一個節點的位移代入(8)式中一一積分(累加)可得全板的聲壓值。

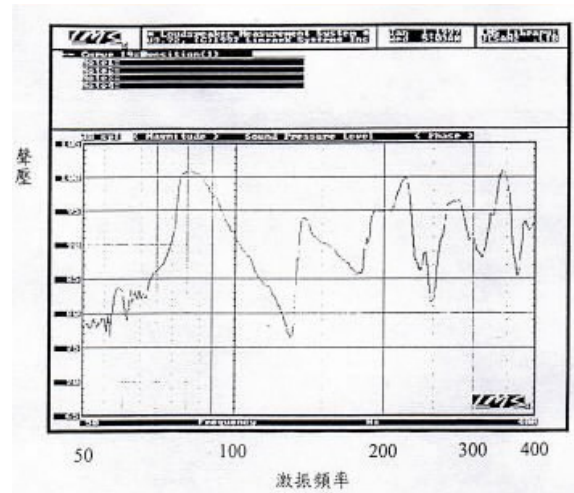
四、結果與討論

以一實際例子作實驗與理論分析的驗證。製作一密度為 $1337 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ，長寬皆為 0.3 m，疊層角度為 $/0^0/90^0/90^0/0^0/$ ，單層厚度為 $1.35 \times 10^{-4} \text{ m}$ ，材料常數分別為： $E_1 = 92\text{Gpa}$ ， $E_2 = 8.5\text{Gpa}$ ， $G_{12} = 7\text{Gpa}$ ， $G_{23} = 1.25\text{Gpa}$ ， $\nu_{12} = 0.3$ ，四邊固定的複合材料積層板。每次實驗量測聲壓時，分別放置一個驅動器(驅動器力量假設為 1 牛頓)在積層板的內部不同的位置，此不同位置如圖一所示：

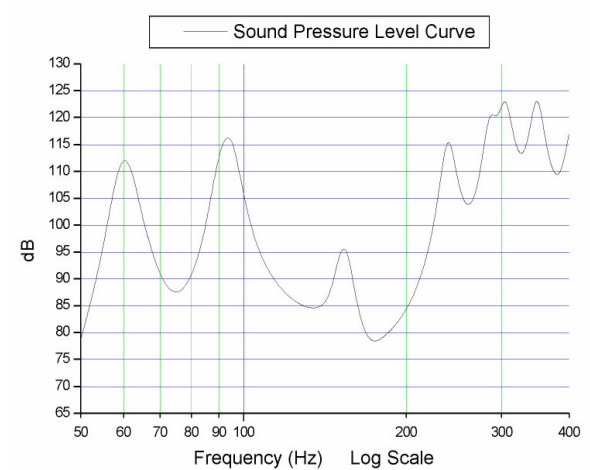


圖一、積層板放置驅動器的三個位置圖

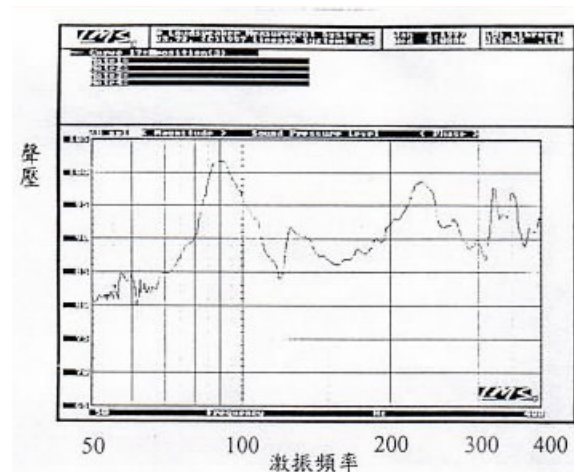
驅動器放置不同位置所得的實驗與理論分析聲壓圖分別如圖二至圖七所示：



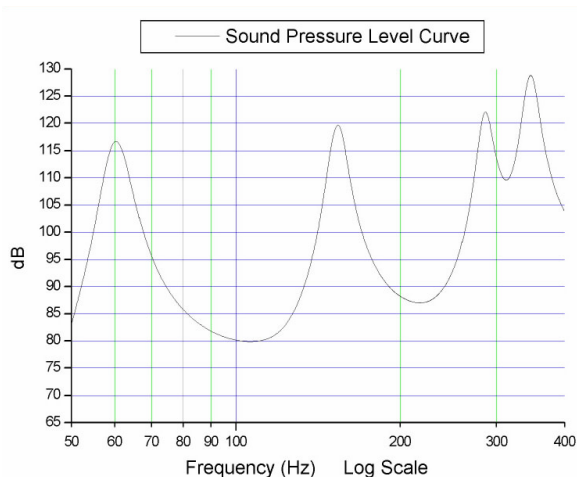
圖二、激振器在位置(1)的實驗聲壓曲線圖



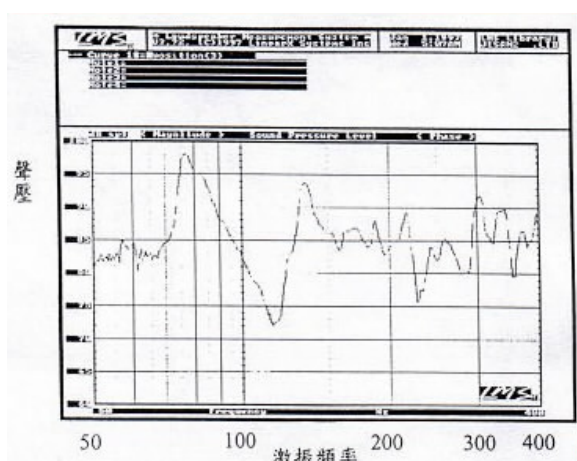
圖三、激振器在位置(1)的理論聲壓曲線圖



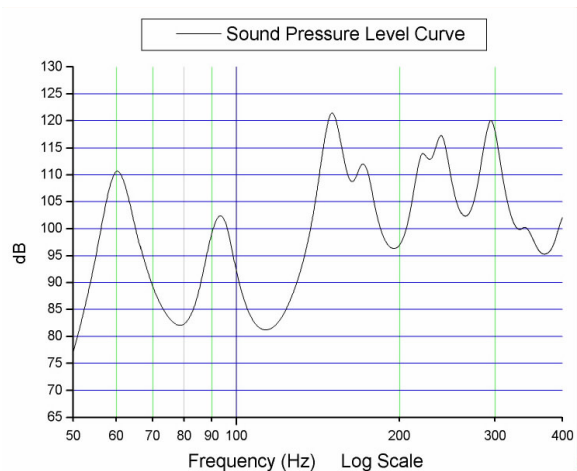
圖四、激振器在位置(2)的實驗聲壓曲線圖



圖五、激振器在位置(2)的理論聲壓曲線圖



圖六、激振器在位置(3)的實驗聲壓曲線圖



圖七、激振器在位置(3)的理論聲壓曲線圖

另外先對此板作自然頻率的計算，所得結果，由小至大分別如表一：

表一、複合材料積層板的自然頻率表

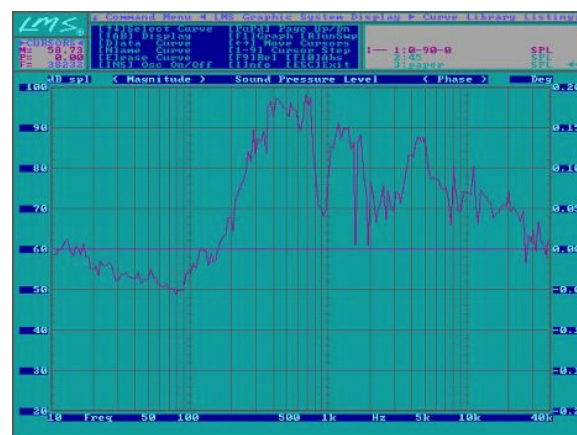
Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
60.1 Hz	92.7 Hz	148.7 Hz	152.8 Hz

Mode 5	Mode 6	Mode 7	Mode 8
171.9 Hz	218.9 Hz	237.9 Hz	284.7 Hz

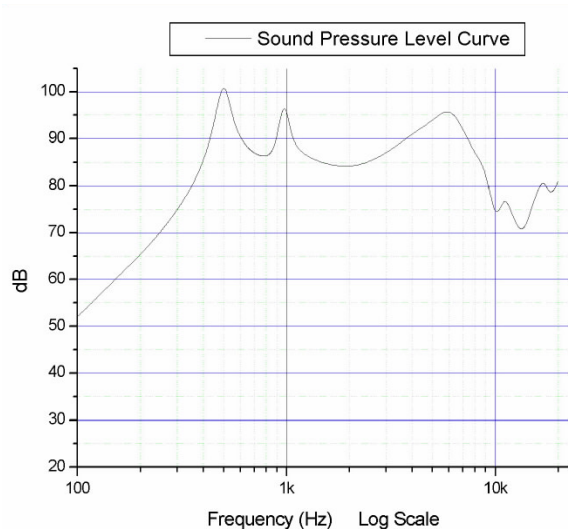
Mode 9	Mode 10	Mode 11	Mode 12
293.6 Hz	303.3 Hz	340.9 Hz	346.3 Hz

因為激振器放置位置可能正好在某個自然頻率所產生振形的節線上，故聲壓曲線圖中可能有一些自然頻率不能產生峰值。由以上聲壓曲線圖知道，激振器在三個不同位置所得的實驗與理論聲壓曲線，除了聲壓值大小有些出入及低頻噪音所造成的誤差外，曲線在聲壓曲線圖的峰谷外形已經相當吻合。

為了得到更正確的比對結果，將驅動器驅動的最大力量量測出來，再製作一密度為 1443.5 kg/m^3 ，長寬皆為 0.1 m ，疊層角度為 $/0^0/90^0/0^0/$ ，單層厚度為 $1.5 \times 10^{-4} \text{ m}$ ，材料常數分別為：
 $E_1 = 147.5 \text{ Gpa}$ ， $E_2 = 9.22 \text{ Gpa}$ ，
 $G_{12} = 6.83 \text{ Gpa}$ ， $G_{23} = 1.12 \text{ Gpa}$ ，
 $\nu_{12} = 0.3$ ，四邊固定的複合材料積層板。
 實驗量測聲壓時，放置一個驅動器(驅動器力量經量測為 0.658 牛頓)在積層板正中央的位置。則所得的實驗與理論分析聲壓圖分別如圖八、圖九所示：



圖八、實驗聲壓曲線圖



圖九、理論聲壓曲線圖

由此例子可以知道，所得的實驗與理論聲壓曲線，聲壓值大小及曲線在聲壓曲線圖的峰谷外形已經相當吻合了，唯有實驗聲壓曲線在 100Hz 以下低頻在理論分析時不考慮，原因是實驗時可能有低頻噪音的干擾的原故。

五、計畫成果自評

本文以前後處理軟體 PATRAN 建構板之幾何外形，利用有限元素分析軟體 NASTRAN 分析板之頻率響應，並以福傳 (Fortran) 語言將雷利一次積分 (Rayleigh's first integral) 公式程式化，即可將聲壓算出，由以上得知已獲得良好的結果。如此證明本方法的正確性及可行性，未來將可利用於複雜疊層之板殼件及複雜之幾何外形之聲壓計算。

六、參考文獻

[1] R.D. Mindlin, (1951) Influence of Rotatory Inertia and Shear Deformation on Flexural Motions of Isotropic Elastic Plates, J. Applied Mechanics, Vol. 18, pp. 31-38.
 [2] Grant Sitton, (1993) MSC/NASTRAN Basic Dynamic Analysis User's Guide, The MacNeal-Schwendler Corporation, Los Angeles, California, U.S.A.

[3] Takeo Shindo, Osamu Yashima, and Hideo Suzuki, (1980) Effect of Voice-Coil and Surround on Vibration and Sound Pressure Response of Loudspeaker Cones, Journal of the Audio Engineering Society, pp. 169-178.

[4] Edward W. Guenther, Stephen Leigh, Flat-panel speaker, U. S. patent No. 5,701,359.

[5] Edward W. Guenther, Stephen Leigh, Fiber-honeycomb-fiber sandwich speaker diaphragm and method, U. S. patent No. 6,097,829.

[6] Henry Azima, Matin Colloms, Neil John Harris, Panel-form loudspeakers, U. S. patent No. 6,031,926.

[7] Henry Azima, Matin Colloms, Neil John Harris, Loudspeakers comprising panel-form acoustic radiating element, U. S. patent No. 6,144,746.

[8] Henry Azima, Neil Simon Owen, Gair Richard Matthews, Loudspeaker, U. S. patent No. Des. 415,764.

[9] Henry Azima, Neil Simon Owen, Gair Richard Matthews, Loudspeaker, U. S. patent No. Des. 416,907.

[10] Henry Azima, Neil Simon Owen, Gair Richard Matthews, Loudspeaker, U. S. patent No. Des. 420,005.

