

# 行政院國家科學委員會專題研究計畫 成果報告

## 以斷層掃瞄法重構具不散射區的圓柱介質之吸收及散射性質之分佈

計畫類別：個別型計畫

計畫編號：NSC92-2212-E-164-002-

執行期間：92年08月01日至93年07月31日

執行單位：修平技術學院機械工程系

計畫主持人：歐乃瑞

報告類型：精簡報告

處理方式：本計畫可公開查詢

中 華 民 國 93 年 11 月 1 日

行政院國家科學委員會補助專題研究計畫  成果報告  
 期中進度報告

以斷層掃瞄法重構具不散射區的圓柱介質之吸收及散射性質之分佈

計畫類別： 個別型計畫  整合型計畫

計畫編號：NSC 9292-2212-E-164-002

執行期間：92年08月01日至93年07月31日

計畫主持人：歐乃瑞

成果報告類型(依經費核定清單規定繳交)： 精簡報告  完整報告

本成果報告包括以下應繳交之附件：  
 赴國外出差或研習心得報告一份  
 赴大陸地區出差或研習心得報告一份  
 出席國際學術會議心得報告及發表之論文各一份  
 國際合作研究計畫國外研究報告書一份

執行單位：修平技術學院

中華民國九十三年七月三十一日

## 以斷層掃描法重構具不散射區的圓柱介質之吸收及散射性質之分佈

計劃編號：92-2212-E-164-002

執行期間：92年8月1日至93年7月31日

計劃主持人：歐乃瑞

### 摘要

本文以離散方向法求解傳遞方程式，如此我們可以得到足夠準確的正算解，即使在含有不漫射區的部分(因正算時，不漫射區位置視為已知)。我們以正算所得的輻射熱通量為模擬量測值，並與估算的輻射性質所求得的輻射熱通量(此時，不漫射區位置為未知)形成目標函數，再以最小化兩者之間的誤差來逆算介質性質。本文以 Levenberg-Marquardt 法來求解最小平方問題並將目標函數  $F$  最小化，以求得新的估算參數。

在此，我們以三個不同的方法來探討具不連續性分布的輻射參數之逆算問題，並比較其優劣點。

**關鍵詞：**光斷層掃描法、不漫射區、擴散近似法、離散方向法

### 前言

在現有探討光學CT成像研究中，描述在此波段的光在組織體的數學模式常以擴散近似法為基礎，這是因為此時的光學特徵為散射優勢(scattering dominance)，因此散漫光斷層掃描法(diffuse optical tomography, DOT)研究者，通常使用擴散近似法(diffusion approximation method)，因其藉由球諧函數(spherical harmonic)來展開輻射強度與利用非對稱係數(anisotropy parameter)來近似相函數，這可以使得輻射傳遞的積微分方程式簡化成微分方程式[1-5]。散漫光斷層掃描法在臨床上

的應用上非常成功，因為大部分肌肉組織為光學厚(optically thick)且具有高度散射的特性，故可以用擴散近似法來近似。然而散漫光斷層掃描法卻不適用於腦部成像，因腦部含有不漫射區(non-diffuse regions)[6-8]，不適合用擴散近似法。所以對於具有散射不連續區及光學厚度不是很厚的介質中，不論正算或逆算的分析都需要較嚴謹的求解法。然而用嚴謹的求解法去重構多維的輻射參數尚不多見，且僅逆算部分的參數，McCormick曾回顧了一些逆運算的方法[9]。Yuen等人使用了廣義的區塊法(zonal method)做正算去估算二維介質的消散係數與散射比[10]。Aronson等人使用蒙地卡羅法模擬雷射光束在平板狀的肌肉組織中的散射，以找出吸收係數不均勻的區域(regions of absorption inhomogeneity)[11]。Chang等人使用蒙地卡羅法估算圓柱介質的吸收係數的微擾變化[12]。Klose及Hielscher在直角座標中，以離散方向法做正算以估算二維介質的散射係數[7-8]。Ou and Wu[16]使用了以解輻射傳遞的積微分方程式去估算所有的輻射參數的方法，前述參數包含了消散係數、散射比與相函數在多維不均勻介質中的分佈，但是此論文中僅能逆算以連續性的輻射性質分布為主。延續著我的博士論文尚未解決的問題—如果介質中輻射性質具不連續分布，例如探討腦部成像中，因具有不漫射區的問題。此時對於不漫射區的輻射傳遞的積微分方程式，在以修正的離散方向法(modified discrete ordinate)做分

區處理[13-15]，將輻射強度分成散射部分與集中入射部分，後者在消散係數具連續性時，或不連續區已知，可以精準的算出其精確解(exact solution)，然而對於具有不漫射區分布的消散係數是不連續的，如果估算的函數是以連續性函數近似，則集中入射部分所得的精確解會與真正的精確解造成數值上的誤差，而相同的情形也會在逆算輻射強度的散射部分與散射比時產生，尤其是當待估算散射比的值由接近1再陡降為近乎零時，更會造成的數值震盪-Gibbs phenomena，往往讓逆算的散射比大於1及陡降成小於零，而不符物理條件。但若不將輻射強度分成散射部分與集中入射部分並將不連續區做分區處理時，則會產生光線效應(ray effect)，此時在正算時所得到的解，會造成相當大的誤差。因此，在以最佳化為基礎的疊代的重構法(reconstruction method)的方法中，縱然正算程式中模擬量測值可以用修正的離散方向法及分區處理得到相當準確值；然而在逆算程式中，估算的輻射性質或因本身以連續性的函數展開或因不漫射區的位置未知無法做分區處理，均會造成與正算的結果相當大的誤差，故是一大令人克服的難題，故本文乃對此一問題，做進一步的探討的發工作。

## 數學模式

我們首先以三個方法來探討具不連續性分布的輻射參數之逆算問題：

- I. 首先在此不漫射區的位置已知的前提下，估算相關的輻射參數。
- II. 假設不漫射區的位置為未知時，以同 Ou and Wu [16]的方法，以期了解此不漫射區對逆運算產生數值震盪造成的影響，並與 I 的結果比較其誤差。

- III. 最後考慮將整個區域視分成 N 個子區域，每區皆以修正的離散方向法做分區的逆算，當然此時不漫射區的位置不見得會處於交介面上，因此當我們檢視第一次逆算的結果，由其不漫射區部分造成輻射性質逆算的結果在數值上產生震盪，然後再將此震盪區再分區，如此重複這動作以縮小其震盪區，直到滿意的結果，並與 I, II 的結果比較。

基本假設及方程式如下：考慮具吸收、散射及透明邊界的無窮長圓柱，其幾何形狀及座標系統如圖一、圖二。本章問題的基本假設如下：

- (1) 介質的放射強度遠低於入射強度，故放射項可以忽略；
- (2) 入射的輻射強度不沿著 z-軸變化，且圓柱沿著 z-軸無限延伸；
- (3) 消散係數沿徑向與方位角的方向變化，不隨軸向變化；散射比與相函數則為常數；
- (4) 介質之邊界為透明。

本章中輻射場的位置以  $(r, \psi)$  來表示， $r$  為無因次的徑向變數，定義為徑向變數除以半徑  $r_0$ ； $\psi$  為方位角。輻射傳遞的方向以  $(\psi_x, \theta)$  來表示， $\psi_x$  為方位角； $\theta$  為極角，兩者相對應於固定座標，如圖二所示。輻射傳遞方程式可表示為

$$\mu \frac{\partial}{\partial r} I(r, \psi, \psi_x, \xi) + \frac{\eta}{r} \frac{\partial}{\partial \psi} I(r, \psi, \psi_x, \xi) + \beta(r, \psi) I(r, \psi, \psi_x, \xi)$$

$$= \frac{\omega(r, \psi)\beta(r, \psi)}{4\pi} \times \int_{\psi'_x=0}^{2\pi} \int_{\xi=-1}^1 I(r, \psi, \psi'_x, \xi) \Phi(r, \psi, \psi_x, \xi, \psi'_x, \xi) d\xi' d\psi'_x$$

$$0 \leq r \leq 1, \quad 0 \leq \psi < 2\pi, \quad 0 \leq \psi_x < 2\pi,$$

$$-1 \leq \xi \leq 1, \quad (1)$$

此處， $\mu$  為方向餘弦，定義為  $\mu = \sin\theta \cos(\psi_x - \psi)$ ； $I$  為無因次的輻射強度，定義為輻射強度除以在  $r=1$ 、 $\psi = \psi^i$  沿著  $\mu = -1$  及  $\xi = 0$  方向的入射輻射強度  $I^i$ ； $\xi$  為方向餘弦，定義為  $\xi = \cos\theta$ ； $\eta$  為方向餘弦，定義為  $\eta = \sin\theta \sin(\psi_x - \psi)$ ， $\beta$  為無因次消散係數，定義為  $(\kappa + \sigma_s)r_o$ ；

$$\beta = \begin{cases} \beta_1 & 0 \leq r^* \leq r_1 \\ \beta_2 & r_1 \leq r^* \leq r_2 \\ \beta_1 & r_2 \leq r^* \leq r_3 \end{cases} \quad (2)$$

其中， $r^* = |\bar{r} - \bar{r}_c|$ ， $\bar{r}_c$  為一位置向量，

如圖 1(a) 所示， $\bar{r}_3 = \text{MAX}|\bar{r} - \bar{r}_c|$

$\omega$  為散射比，定義為  $\sigma_s / (\kappa + \sigma_s)$ ；

$$\omega = \begin{cases} \omega_1 & 0 \leq r^* \leq r_1 \\ \omega_2 & r_1 \leq r^* \leq r_2 \\ \omega_1 & r_2 \leq r^* \leq r_3 \end{cases} \quad (3)$$

$0 \leq r \leq 1, \quad 0 \leq \psi < 2\pi$

$\Phi$  為相函數，表示為

(4)

在此， $K$  為非等向散射的階數， $A_k$  為展開項的係數，其中  $A_0 = 1$ ， $P_k$  為第  $K$  階

的雷建德多項式 (Legendre polynomial)；其中

$\theta_o = \cos^{-1}(\mu\mu' + \eta\eta' + \xi\xi')$ 。無因次的邊界方程式表示為

$$I(1, \psi, \psi_x, \xi) = \begin{cases} 1 & \text{at } \psi = \psi^i, \mu = -1, \xi = 0, \\ 0 & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (5)$$

$0 \leq \psi < 2\pi, \quad -1 \leq \xi \leq 1,$

$\pi/2 \leq (\psi_x - \psi) \leq 3\pi/2.$

## 數值方法

我們以修正的離散方向法(modified

discrete ordinate Method) [13,14] 來求解

正算的輻射傳遞方程式。當光學厚度很

薄、輻射性質的分佈或邊界的入射強度

有不連續或陡峭的變化時，傳統的離散

方向法會有光線效應(ray effect)的缺

點。因此，類似於 Liou and Wu [14] 及

Ramankutty and Crosbie [15] 的修正離散

方向法，將無因次的輻射強度  $I$  分解成

漫射部分  $I^d$  及平行入射部分  $I^c$ ，後者

之值除了在沿著入射光線的路徑上，其

餘都為為零。在入射光線路徑上的  $I^c$  可

表示為

$$I^c(r, \psi, \psi^i + \pi, 0) = e^{-\tau_c(r, \psi)} \quad \text{for}$$

$$\psi = \psi^i \quad \text{or} \quad \psi = \psi^i + \pi \quad (6)$$

其中，

$$\tau_c(r, \psi) = \begin{cases} \int_r^1 \beta(r', \psi^i) dr' \\ \int_0^1 \beta(r', \psi^i) dr' + \int_0^r \beta(r', \psi^i + \pi) dr' \end{cases}$$

for  $\psi = \psi^i$   
for  $\psi = \psi^i + \pi$

(7)

將方程式(6)與(7)帶入方程式(1)中，可以  
得到漫射部分  $I^d$  之傳遞方程式

$$\begin{aligned} & \mu \frac{\partial}{\partial r} I^d(r, \psi, \psi_x, \xi) + \frac{\eta}{r} \frac{\partial}{\partial \psi} I^d(r, \psi, \psi_x, \xi) \\ & + \beta(r, \psi) I^d(r, \psi, \psi_x, \xi) \\ & = \frac{\omega(r, \psi) \beta(r, \psi)}{4\pi} \int_{-1}^1 \int_0^{2\pi} I^d(r, \psi, \psi'_x, \xi') \times \\ & \Phi(r, \psi, \psi_x, \xi, \psi'_x, \xi') d\psi'_x d\xi' \\ & + \frac{\omega(r, \psi) \beta(r, \psi)}{4\pi} \Phi(r, \psi, \psi_x, \xi, \psi^i + \pi, 0) \times \\ & I^c(r, \psi, \psi^i + \pi, 0) \end{aligned}$$

$0 \leq r \leq 1, \quad 0 \leq \psi < 2\pi, \quad 0 \leq \psi_x < 2\pi,$   
 $-1 \leq \xi \leq 1,$

(8)

$I^d$  之邊界條件為

$$\begin{aligned} & I^d(1, \psi, \psi_x, \xi) = 0, \\ & 0 \leq \psi < 2\pi, \quad -1 \leq \xi \leq 1, \\ & \pi/2 \leq (\psi_x - \psi) \leq 3\pi/2. \end{aligned}$$

(9)

然而，方程式(6)是精確解，我們以離  
散方向法[16]求解  $I^d(r, \psi, \psi_x, \xi)$ 。方程式

(8)的離散方向表示式可表示為

$$\begin{aligned} & \mu_{n,m}(\psi) \frac{\partial}{\partial r} I_{n,m}^d(r, \psi) + \frac{\eta_{n,m}(\psi)}{r} \frac{\partial}{\partial \psi} I_{n,m}^d(r, \psi) \\ & + \beta(r, \psi) I_{n,m}^d(r, \psi) = \frac{\omega(r, \psi) \beta(r, \psi)}{4\pi} \times \\ & \left\{ \left[ \sum_{n'=1}^{N_{\psi_x}} \sum_{m'=1}^{M_\theta} I_{n',m'}^d(r, \psi) \times \Phi_{n,m,n',m'}(r, \psi) w_{n',m'} \right] \right. \\ & \left. + \Phi_{n,m,n^i,m^i}(r, \psi) I_{n^i,m^i}^c(r, \psi) \right\} \end{aligned}$$

$0 \leq r \leq 1, \quad 0 \leq \psi < 2\pi, \quad n=1, 2, \dots, N_{\psi_x},$   
 $m=1, 2, \dots, M_\theta.$

(10)

在此，下標  $n$  與  $m$  代表離散方向；

$w_{n',m'}$  表離散方向權值； $n^i$  與  $m^i$  入射光

線的方向； $N_{\psi_x}$  代表方位角在介於

$0 \leq \psi_x \leq 2\pi$  所取的離散方向的總數；

$M_\theta$  代表極角在介於  $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$  所取

的離散方向的總數。我們將整個區域劃

分成  $N_r \times N_\psi$  個格子，在此  $N_r$  與  $N_\psi$  分別

代表在  $r$  及  $\psi$  方向的。藉由與[16]相

同的步驟，我們可以得到方程式(10)的

有限差分方程式，然後以高斯-謝德疊

帶法(Gauss-Sidel iteration)來求解所產生

的代數方程式。因此，給予相關的吸收

係數、散射係數等輻射參數，即可求得

相對應的輻射通量。

在本文所討論的介質，假設是由同一種類但不同濃度分佈的粒子所組成，因此這樣的介質可以用可變的消散係數、常數散射比及常數相函數來表示。此外，這些粒子假設是完全球形的，因此相函數與方位角無關，僅與入射光線的方向和散射光線的前進方向形成的角度有關 ( $\theta_o$ )。因此，估算的相函數可以表示為

$$\hat{\Phi} = \sum_{k=0}^{\hat{K}} \hat{A}_k P_k(\cos\theta_o), \quad (11)$$

未知的消散係數可以表示為：  
在第I部分時

$$\hat{\beta}(r, \psi) = \begin{cases} \hat{\beta}_1 & 0 \leq r^* \leq r_1, r_2 \leq r^* \leq r_3 \\ \hat{\beta}_2 & r_1 \leq r^* \leq r_2 \end{cases}, \quad (12a)$$

在第II部分時，

$$\hat{\beta}(r, \psi) = a_{00} + \sum_{m=1}^{\hat{M}_\beta} \sum_{n=0}^{\hat{N}_\beta} r^m [a_{nm} \cos(n\psi) + b_{nm} \sin(n\psi)], \quad (12b)$$

$$0 \leq r \leq 1$$

在第III部分時，

$$\hat{\beta}(r, \psi) = \hat{\beta}_{ij} \quad r_i \leq r \leq r_{i+1}, \psi_j \leq \psi \leq \psi_{j+1} \quad (12c)$$

未知的散射比以  $\hat{\omega}$  表示：  
在第I部分時，

$$\hat{\omega}(r, \psi) = \begin{cases} \hat{\omega}_1 & 0 \leq r^* \leq r_1, r_2 \leq r^* \leq r_3 \\ \hat{\omega}_2 & r_1 \leq r^* \leq r_2 \end{cases}, \quad (13a)$$

在第II部分時，

$$\hat{\omega}(r, \psi) = c_{00} + \sum_{m=1}^{\hat{M}_\beta} \sum_{n=0}^{\hat{N}_\beta} r^m [c_{nm} \cos(n\psi) + d_{nm} \sin(n\psi)] \quad (13b)$$

$$0 \leq r \leq 1$$

在第III部分時，

$$\hat{\omega}(r, \psi) = \hat{\omega}_{ij} \quad r_i \leq r \leq r_{i+1}, \psi_j \leq \psi \leq \psi_{j+1}.$$

(13c)

因此，我們藉由最小化我們的目標函數  $F$ ，來尋找這些未知數， $F$ 可表示為

$$F = \sum_{i=1}^{N_i} \sum_{l=1}^{N_l} \left\{ \tilde{q}_{N_r+1/2,l}^i - \hat{q}_{N_r+1/2,l}^i [\hat{\beta}(r, \psi), \hat{\omega}, \hat{\Phi}] \right\}^2, \quad (14)$$

在此  $i$  代表第  $i$  次入射； $N_i$  為總入射次數； $l$  為在第  $i$  次入射的第  $l$  個量測點； $N_l$  為每次入射所量測之離開輻射通量的總數，我們假設其為等間隔，所以這些入射點的位置以  $\Delta\psi = 2\pi/N_i$  分隔著，如圖2-1所示； $\tilde{q}_{N_r+1/2,l}^i$  及  $\hat{q}_{N_r+1/2,l}^i$  分別代表量測及估算的離開輻射通量在邊界  $r=1$  上。第  $i$  次入射所造成的離開輻射通量可以表示為

$$q_{N_r+1/2,j}^i = \begin{cases} \sum_{n=1}^{N_\psi} \sum_{m=1}^{M_\theta} I_{N_r+1/2,j,n,m} \mu_{j,n,m} W_{n,m} + I^c_{N_r+1/2,j^i,n^i,m^i}, \\ \sum_{n=1}^{N_\psi} \sum_{m=1}^{M_\theta} I_{N_r+1/2,j,n,m} \mu_{j,n,m} W_{n,m}, \end{cases}$$

$$j = j^i + N_\psi / 2$$

$$j \neq j^i + N_\psi / 2$$

for  $\mu_{j,n,m} > 0$ . (15)

藉由  $N_i$  次的入射及每次入射有  $N_l$  個量測之離開輻射通量，我們可以得到  $N_i \times N_l$  輻射通量去重構未知的輻射性質。為了決定未知變數，量測之輻射通量的數目  $N_i \times N_l$ ，該比我們所欲求的未知變數數目還多才可以。

總括本章重構未知的輻射性質的步驟如下：

1. 給予  $\hat{\beta}$ ， $\hat{\omega}$  及  $\hat{\Phi}$  的起始猜值；
2. 以 MDOM 解正算問題，以求得  $\hat{q}_{N_r+1/2,j}^i(\hat{\beta}, \hat{\omega}, \hat{\Phi})$ ；
3. 將目標函數  $F$  最小化，以求得新的估算參數，在此以 Levenberg-Marquardt[17,18] 演算法來求解最小平方方法；

4. 如果連續兩次  $\hat{\beta}$ ,  $\hat{\omega}$  及  $\hat{A}_k$  的估算值滿足下列的準則就停止程式；否則，回到步驟2重新求得新的估算參數值。收斂的準則如下：
  1. 連續兩次估算的參數值達到前6個數字一致；
  2. 連續兩次估算的參數值，目標函數  $F$  的相對誤差小於  $10^{-8}$ ；
  3. 目標函數  $F$  的近似梯度的歐氏範數小於  $10^{-8}$ 。

## 結果與討論

本文中所主要探討的消散係數與散射比均為不連續且如階梯狀的變化，如表一所示，並假設當待估算的函數型態因本身若為連續函數時與非連續形時在估算這些相關性質造成的影響。在本文中所有格點取  $N_r = 40$ ,  $N_\psi = 64$ , 方向數取  $N_{\psi_x} = 12$ ,  $M_0 = 5$ 。在逆算方法上，我們採斷層掃描的方式，量測點的位置與逆算的方法可參考 Ou and Wu [16]。首先，我們探討當以散射比  $\omega = 0.5$ , 相函數  $\Phi = 1$  已知的條件下，估算消散係數  $\beta = \beta_1$  分布之結果。在圖三中，我們以第一種方法估算，因消散係數的不分區位置為已知，且我們所取的格細胞剛好均沒有橫跨不連續的邊界，因此這兩種格點數均能精確的逆算出  $\hat{\beta}_1 = \beta_1$ 。同時在圖三中，我們也以同 Ou and Wu [16] 的第二種方法估算消散係數  $\beta = \beta_1$ 。因不連續區為未知，很明顯的在不連續的邊界上出現了數值的震盪，曲線一的項數  $\hat{M}_\beta \times \hat{N}_\beta = 5 \times 3$ , 曲線二的項數  $\hat{M}_\beta \times \hat{N}_\beta = 9 \times 5$ , 且隨著所取的階數的減少，Gibbs-Phenomena 更是明顯，但此震盪區均集中於不連續區的附近，主要是  $\beta = \beta_1$  的分佈為同心圓環，僅在  $r$ -方向不連續。接著我們探討

$\beta = \beta_2$ , 此時其分佈為偏心的圓環。由圖四中，我們很明顯的可看出不論方法 I 或方法 II 均產生明顯的震盪，在方法 I 中，因此時有格細胞橫跨在不連續的邊界上，故與圖三不同的是雖不連續區位置已知，但此時仍會造成估算的誤差。在方法 II 中，因  $\beta = \beta_2$  為偏心圓環的二維分佈，由圖四可發現在  $x$ -軸的逆算結果較在  $y$ -軸上的誤差更大。

接著我們探討當消散係數  $\beta = 1.0$ , 相函數  $\Phi = 1$  已知的條件下，估算  $\omega = \omega_1$ 。由圖五中，當以方法 I 估算時可得到精確的估算值  $\hat{\omega} = \omega_1$ , 主要是  $\beta = \beta_1$  的分佈為同心圓環，且僅在  $r$ -方向不連續。當以方法 II 逆算時，此時有部分估算的  $\hat{\omega}$  與正確值比較誤差相當大，可知方法 II 在逆算不連續的散射比之結果並不理想，尤其在這很窄的環狀區間附近時

最後我們以方法 III 重新估算. 散射比  $\omega = 0.5$ , 相函數  $\Phi = 1$  已知的條件下，估算消散係數  $\beta = \beta_2$  如圖六所示。在圖六中，我們首先取格點數  $N_r = 20$ ,  $N_\psi = 24$ , 此時可判斷出與真值誤差較大的區域，接著將此誤差較大區域  $r$  方向點數加倍， $\psi$  方向則因以斷層掃描法之量測點數必須大於估算未知參數的數目之故，所以必須全區域加倍，所得結果如曲線 2 所示，很明顯的方法 III 能大幅改善誤差。

## 結論

在本文中逆算中所產生的誤差，其原因主要是當輻射性質不連續分佈時，如果，不連續邊界，其本身均會造成數值上的誤差，此時唯有增加估算函數的階數或個數才能降低誤差。當求解輻射傳輸方程式時，輻射性質不連續分佈，若不分區處理會產生射線效應(ray effect)，因此唯有增加格子數與方向數

以降低射線效應產生的誤差。然而，增加估算函數的階數、格子數與方向數將會造成CPU時間大幅增加與數值上的不穩定，且容易產生負數的輻射性質，與物理上不合，因此我們以方法III來改進上述之缺點。在方法III中，將誤差較大區域 $r$ 方向點數加倍， $\psi$ 方向則全區加倍亦即增加了誤差較大區域的解析度，然而因 $\psi$ 方向則全區加倍增加了不少CPU時間，雖然如此，因其所有的待估算未知數不為連續函數，所以當格點數在不連續區增加時即大幅降低其誤差。

- [1] 行政院國家科學發展委員會精密儀器發展中心，“醫學用光學斷層掃描成像”，1999。
- [2] Y. Yamada, Light-tissue interaction and optical imaging in biomedicine, in: C. L. Tien (Ed.), Annual Review of Heat Transfer, Begell House, New York, 1995, Vol. 6, Chap. 1.
- [3] S.R. Arridge, Optical tomography in medical imaging, Inverse Problem 15, 1999, R41-R93.
- [4] R. Aronson, R.L. Barbour, J. Lubowsky, H. Graber, Application of transport theory to infra-red medical imaging, in: W. Greenberg, J. Polewczak (Eds.), Modern Mathematical Methods in Transport Theory, Birkhäuser Verlag, Basel, 1991, pp. 64-75.
- [5] M.Schweiger and A.R Arridge, Comparison of two- and three-dimensional reconstruction methods in optical tomography, Applied Optics 37(1998) 7419-7428.
- [6] J.H. Chang, H.L. Graber, R.L. Barbour, R. Aronson, Recovery of optical cross-section perturbations in dense-scattering media by transport-theory-based imaging operators and steady-state simulated data, Applied Optics 35 (1996) 3963-3972.
- [7] A.D. Klose, A.H. Hielscher, Iterative reconstruction scheme for optical tomography based on the equation of radiative transfer, Medical Physics 26 (1999) 1698-1707.
- [8] A.D. Klose, U. Nets, J. Beuthan, A.H. Hielscher, Optical tomography using the time-independent equation of radiative transfer-part II: inverse model, Journal of Quantitative spectroscopy and radiative transfer, 72 (2002) pp. 714-732.
- [9] N.J. McCormick, Inverse radiative transfer problems: a review, Nuclear Science and Engineering 112 (1992) 185-198.
- [10] W.W. Yuen, A. Ma, I.C. Hsu, G.R. Cunnington Jr., Determination of optical properties by two-dimensional scattering, Journal of Thermophysics 6 (1991) 182-185.
- [11] R. Aronson, R.L. Barbour, J. Lubowsky, H. Graber, Application of transport theory to infra-red medical imaging, in: W. Greenberg, J. Polewczak (Eds.), Modern Mathematical Methods in Transport Theory, Birkhäuser Verlag, Basel, 1991, pp. 64-75.
- [12] J.H. Chang, H.L. Graber, R.L. Barbour, R. Aronson, Recovery of optical cross-section perturbations in dense-scattering media by transport-theory-based imaging operators and steady-state simulated data, Applied Optics 35 (1996) 3963-3972.
- [13] C.-Y. Wu, Bo-Ting Liou, Discrete-ordinate solutions for radiative transfer in a cylindrical with Fresnel boundaries, International Journal of

Heat Mass transfer 10 (1997) 2467-2475.

- [14] B.-T. Liou and C.-Y. Wu, Ray effects in the discrete ordinate solution for surface radiation exchange, Heat and Mass transfer 32 (1997) 271-275.
- [15] M.A. Ramankutty and A.L. Crosbie, Modified discrete-ordinates solution of radiative transfer in three dimensional rectangular enclosures, Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative transfer 60 (1998) 103-134.
- [16] N.-R. Ou, C.-Y. Wu, Simultaneous estimation of extinction coefficient distribution, scattering albedo and phase function of a two-dimensional medium, International Journal of Heat Mass transfer (2002)
- [17] D.W. Marquardt, An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters, Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics 11 (1963) 431-441.
- [18] H.P. William, A.T. Saul, T.V. William, P.F. Brain, Numerical Recipes, 2nd ed., Cambridge University Press, New York, 1992, pp. Chap. 15.

ordinate method, we can get enough accurate predicted data in scattering medium that contains non-diffuse region. The reconstructing problem is formulated as an optimization problem, in which an objected function is minimized. The objected function is a least square problem that minimizes the discrepancy between the measured and the calculated leaving radiative fluxes. The objective function is minimized by iteratively updating an initial guess of the distributions of radiative properties. The Levenberg-Marquardt algorithm is applied to the least square problems for a variety of cases. We reconstruct the non-diffuse region by the following three methods and compare the results.

*Keywords: optical computer tomography, non-diffuse region, diffuse optical tomography, discrete ordinate method*

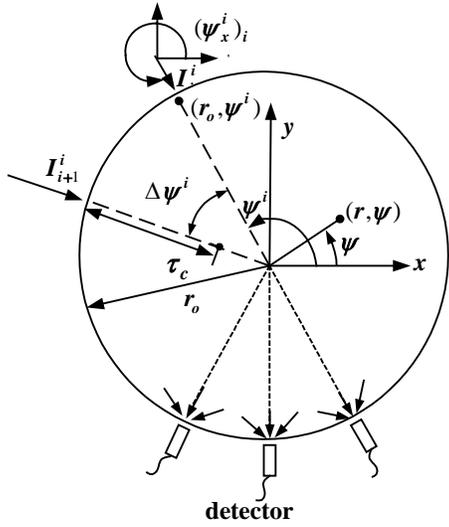
$\beta_1$	$\begin{cases} 0.2 & 0.5 \leq r \leq 0.6 \\ 1.0 & \text{else} \end{cases}$
$\beta_2$	$\begin{cases} 0.2 & 0.5 \leq  \bar{r} - \bar{r}_c  \leq 0.7 \\ 1.0 & \text{else} \end{cases} \quad \bar{r}_c = (0.2, 0)$
$\omega_1$	$\begin{cases} 0.2 & 0.4 \leq r \leq 0.6 \\ 0.9 & \text{else} \end{cases}$

## Tomographic reconstruction of absorption and scattering properties of cylindrical media with non-scattering region

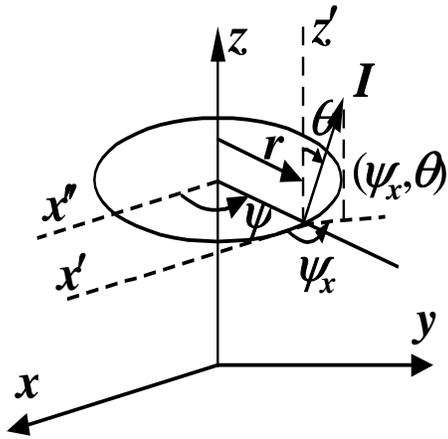
### Abstract

In the present study, we use the modified discrete ordinate to solve transport equation rather than diffusion equation. Solving the radiative transport equation with guess distributions of radiative properties by the modified discrete

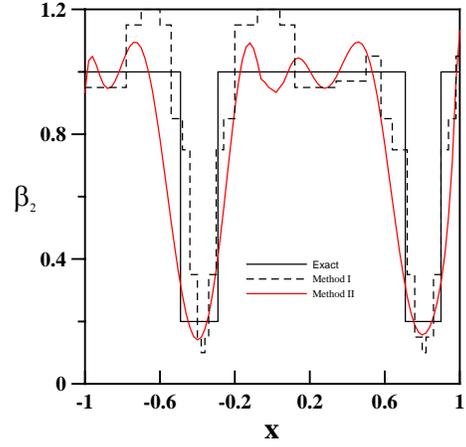
表一 待逆算的性質表



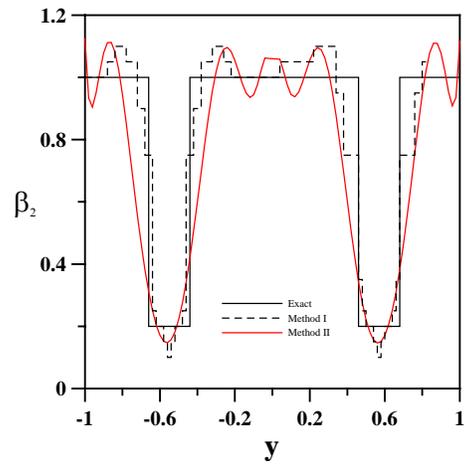
圖一 掃描截面示意圖座標



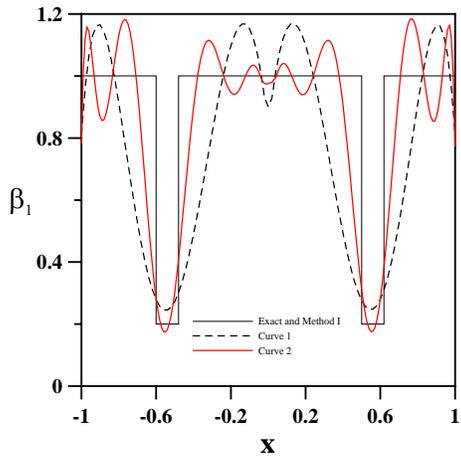
圖二 幾何座標圖



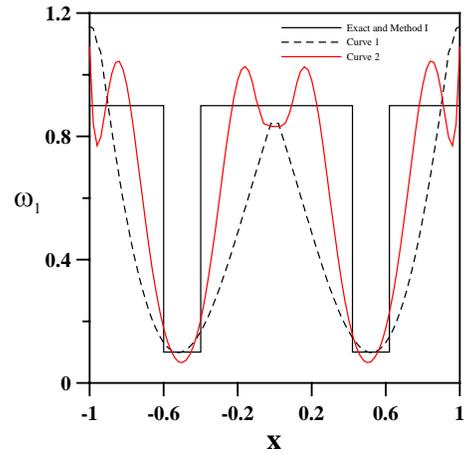
圖四 方法 I 與方法 II 對  $\beta_2$  的逆算結果  
沿 x 軸之分布



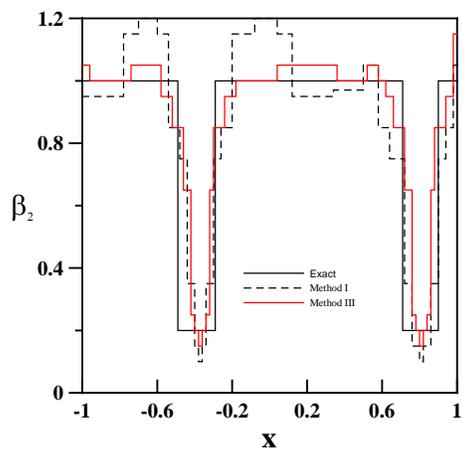
圖四 方法 I 與方法 II 對  $\beta_2$  的逆算結果  
沿 y 軸之分布



圖三 方法 I 與方法 II 對  $\beta_1$  的逆算結果



圖五 方法 I 與方法 II 對  $\omega_1$  的逆算結果  
沿 x 軸之分布



圖六 方法 I 與方法 III 對  $\beta_2$  的逆算結果  
沿 x 軸之分佈