修平學報 第十九期 民國九十八年九月
HSIUPING JOURNAL VOL.19, pp.115-128 (September 2009)

連續式滾軋成型平板之散熱分析

蔡登茂

摘 要

本文主要是針對一高溫並考慮熱傳導之連續移動平板，在微極流體混合對流中，被冷卻時之共軛熱傳現象，分析其混合流動及熱傳特性。此種熱傳問題存在於許多實際工程應用中，如：連續鑄造、金屬擠製成型、熱輥軋、玻璃纖維製程、塑膠與橡膠板製造、鋼線抽拉…等等。首先，對平板內部使用熱傳導模態來探討固、液介面處之溫度，此一壁溫分佈影響微極流體的流動、熱傳模式，因此，需以共軛熱傳參數來統御流場中的熱傳模式。再以微極流體流動之統御方程式，來探討冷卻流體之流動特性。而平板的移動速度假設爲冪次方型態，並可簡化爲等速或線性移動，來分析本系統。應用適當的無因次變數(dimensionless variables)做非相似轉換(nonsimilarity transform)，轉換得微極流體統御方程式與平板熱傳導方程式及相對應之邊界條件，再利用三次樣線定置法(cubic spline collocation method)即可求解。

關鍵詞：微極流體、混合對流。

蔡登茂：修平技術學院機械工程系講師
投稿日期：980312 接受刊登日期：980423

Analysis of heat transfer of a continuously stretching plate of rolling process

Dang-Moun Tsai

Abstract

The project analysis the flow and heat transfer characteristics associated with a heated, continuously stretching plate being cooled by a mixed convection micropolar fluids with the coupling of conduction in the plate. The heat transfer coupled with conduction mechanisms have a wide variety of practical applications, such as continuous casting, glass fiber production, metal extrusion, hot rolling, manufacturing of plastic and rubber sheets and wire drawing, …etc. The solid-liquid interfacial temperature distribution is first developed with heat conduction model in the plate to characterize the flow behavior of micropolar fluid. After solving the wall temperature distribution for the effects in representing certain flow characteristics, the conjugate heat transfer parameter is then developed to represent the system. The surface velocity of the continuously stretching sheet was assumed to vary according to a power-law form and can be simplified to the uniform or linear velocities. The equations governing the mixed convection of micropolar fluid flow with heat conduction equations in the plate and the associate corresponding boundary conditions were transferred to dimensionless forms by using the nonsimilarity transfer method to analysis the characteristics of flow and heat transfer. The cubic spline collocation method is employed to obtain the detail numerical solutions of the heat transfer characteristics.

Keywords: stretching plate; micropolar fluids; mixed convection.

D. M. Tsai, Instructor Department of Mechanical Engineering, HIT.

壹、前言

連續移動平板在流體中的流動和熱傳問題，存在於許多實際工程應用中，如：連續鑄造、金屬擠製成型、熱輥軋、玻璃纖維製程、塑膠與橡膠板製造、鋼線抽拉…等等。這些製造過程中，成型平板的移動速度、流體特性、板壁與流體溫度差所造成的自然對流效應、平板內部熱傳導的特性…等等因素，都影響了成品品質的優劣，對於製程的成敗具有绝對的關鍵性，因此，引起許多學者廣泛的討論。

Sakiadis[1~3]首先對等速度連續移動平板的邊界層問題，提出一連串的討論。Tsou 等[4]利用實驗的方法來驗證 Sakiadis[1~3]所提出的理論，並證實其具有物理上的準確度。 Soundalgekar 及 Murty[5]分析一等速度連續移動平板的熱邊界層特性，並考慮平板表面具有冪次方變化的溫度分佈。而 Jacobi[6]應用因次分析近似法，探討等溫且等速度連續移動平板的熱傳特性，並推展至各種 Prandtl 數的流體。近年來，Chen[7] 探討連續移動傾斜平板的冷卻及混合對流，並利用有限差分法求解變壁溫及變熱通量的狀況。Soundalgekar 等人[8]針對連續移動平板的邊界層流動，探討變黏度及變化壁溫的效應。

前述學者處理連續移動平板熱傳問題，僅止於考慮牛頓流體，對於連續移動平板在微極流體中之熱傳分析，卻尚未被提及。然而，工業上許多的流體中都含有微粒分佈無法適用 Navier – Stokes 之理論如：聚合物懸浮液、液晶、動物血液、膠水、泥漿及懸浮溶液等等。而在金屬擠製成型、熱輥軋、鋼線抽拉…等等，這些製造過程中的冷卻液，都是具有懸浮微粒的流體，因此，若能以微極流體的模式加以模擬，則更能具有物理意義。關於微極流體的研究，已有許多的學者提出其結論。Eringen[9,10]首先提出微極流體理論，用來解釋流體中含微粒分佈時，其運動所造成的微觀效應，並提出了一個數學模式。而 Erdogan[11]利用不同的統計觀念，使其理論能適用於相關流體。之後，Eringen[12]再考慮熱效應，而將此理論延伸至熱微極流體中。而有關微極流體之文獻及其應用，已由 Ariman 等人[13,14]做了一番歸納與整理。

Soundalgekar 及 Takhar[15]分析一連續移動半無窮板之邊界層流動及熱傳的問題，並得到其相似解。Grola 和 Ameri[16]利用 Eringen 之微極流體理論，來研究具等壁溫及等熱通量之連續移動圓柱之混合對流問題。Gorla 及 Reddy[17]考慮在自由流的環境下，利用 Runge-Kutta 數值

法求解連續移動平板在微極流體中的熱傳問題。Agarwal 等人[18]探討多孔性移動平板在微極流體中的熱傳特性，並運用有限元素法求得其數値解。然而，他們的研究都只限於應用相似轉換法 (Similarity Transform Method)來做為無因次化的過程，並不考慮沿著平板方向的影響因素。Yucel[19]針對水平板在微極流體中的熱傳特性加以探討，且考慮平板表面的質傳效應，但不考慮平板的移動問題。

近來，Gorla 及 Reddy[20]對連續移動平板，具等壁溫或等熱通量下微極流體之邊界層流動，加以探討，並利用級數展開法得到其近似解。而 El-Arabawy[21]吸入/吹效應對連續移動平板在微極流體中的影響，且同時考慮熱輻射及變黏度的影響。

前述學者，僅分析等溫或等熱通量下，連續移動平板在微極流體中之熱傳問題，但都不考慮平板本身的傳導效應。若考慮固體 (熱傳導)及流動液體(熱對流)間的耦合熱傳過程，即稱之為共軛熱傳問題。工程應用上，常碰到許多共軛熱傳之應用實例，如：熱交換器、加熱器、冷卻器、潤滑及管線保溫…等等。而在金屬擠製成型、熱輥軋、鋼線抽拉…等等，這些製造過程中，連續移動平板具有高溫，因此平板本身的傳導效應更必須加以考慮。

Chida 及 Katto[22]利用向量化維度分析 (vectorial dimensional analysis)來得到，控制共軛熱傳特性的無因次參數。Sparrow 及 Chyu[23]則探討沿具變化熱傳係數之垂直散熱片的強制共軛熱對流問題。Pozzi 及 Lupo[24]對加熱平板內熱傳導及板外自然對流的共軛問題，獲得其微擾解。

Char 等人[25]曾利用三次樣線定置法，分析一連續移動平板在層流邊界層中，所發生的共軛熱傳。最近，Chen 和 Chiou[26]利用有限差分法，分析垂直散熱片在非達西、多孔性介質中之共軛自然對流熱傳現象，來探討非達西效應之影響。Na[27]探討流體流經一細長中空圓柱外表面時，發生自然對流之共軛問題。而 Vynnycky 及 Kimura[28]對一垂直板部份伸出半無窮流體區的二維共軛問題，做一有系統的研究。

然而，對於一連續移動平板在微極流體中之混合對流共軛熱傳之研究，至今發表之文獻較少。然而，連續移動平板在微極流體混合對流狀態下，固體傳導與液體對流的共軛熱傳問題，廣泛地發生於機械工業和化學工業製程上。例如：在金屬擠製成型、熱輥軋、鋼線抽拉…等等，這些製造過程中，因連續移動平板具有高溫，且週遭流體的微懸浮

粒子的效應，故不僅移動的特性、共軛熱傳及微極流體效應均必須加以考慮。一般而言，共軛熱傳的特性，亦將影響製品的品質控制因素，進而左右不良率或製程效率。所以了解微極流體混合對流共軛熱傳及探討移動特性的影響，就變得相當重要了。但是對於此類複雜的流動與熱傳問題，卻極少有相關文獻。

因此，本文乃針對一不等速度連續移動平板在微極流體中的共軛熱傳現象，做一完整的分析和探討。本計劃中，除討論各種不同的平板速度與溫度效應及共軛熱傳效應，對微極流體流動的影響效應外，同時，亦將探討純強制對流、純自然對流及混合對流的流動狀態，並針對微極流體懸浮微粒之微旋轉（microrotation）、微慣量密度(micro-inertia density)及微旋轉梯度黏度(spin-gradient viscosity)，所產生的效應有更深入的分析，期能運用到工程上相關製程中，對製程中的影響因子有更深入的了解，進而能控制與提高品質，而對目前蓬勃發展的精密產業能有所貢獻。

貳、理論分析

我們考慮在微極流體中，一有限厚度 b 且連續移動的細長平板，以一冪次方速度，$U_w = Cx^p$，通過微極流體，其物理模型及座標系統示於圖 1 中。平板移動方向座標爲 x 而垂直板面方向爲 y，座標原點在孔口處，且重力 g 作用在 $-y$ 方向。在遠離平板處的微極流體自由流的溫度爲 T_∞，而平板外壁溫度 T_b，$T_b = Ax^n + T_\infty$，且 $T_b > T_\infty$。

茲爲分析本問題，做了下列的假設：流體之流動爲穩態二維層流;流體爲不可壓縮並忽略黏滯能量散逸; 所有相對應物理性質皆假設爲常數；且邊界層及Boussinesq假設成立。而細長平板具有限的熱容量(finite heat capacity)。在這些假設下，微極流體流動的統御方程式可表示如下：

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \tag{1}$$

$$\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right) = (\mu+\kappa)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \kappa\frac{\partial N}{\partial y} + \rho g\beta(T - T_\infty), \tag{2}$$

$$\rho j\left(u\frac{\partial N}{\partial x} + v\frac{\partial N}{\partial y}\right) = -\kappa\left(2N + \frac{\partial u}{\partial y}\right) + \gamma\frac{\partial^2 N}{\partial y^2}, \tag{3}$$

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \tag{4}$$

在前述方程式中，u 及 v 分別爲沿 x 和 y 方向的速度分量；ρ、μ、α 及 β，分別爲微極流體之密度、黏度、熱擴散係數和熱膨脹係數；κ、j 及 γ，分別爲微

極流體之渦旋黏度、微慣量及旋轉梯度黏度。此外，T 爲流體溫度，g 爲重力加速度 (常數)，N 是微角速度分量，其旋轉方向是在 $(x-y)$ 平面。

其相對應之邊界條件爲

在平板表面($y=0$):

$$u=U_w=Cx^p, \tag{5}$$

$$v=0, \tag{6}$$

$$N=-\frac{1}{2}\frac{\partial u}{\partial y}, \tag{7}$$

$$T=T_w(x), \tag{8}$$

在遠離板面($y\to\infty$):

$$u=0, \tag{9}$$

$$N=0, \tag{10}$$

$$T=T_\infty \tag{11}$$

其中，下標 w 及 ∞ 分別代表壁面及邊界層外緣，而 C 與 p 爲常數。邊界條件(7)中的微角速度乃假設在壁面處，應力非對稱部份不計 (Ariman 等人 [13,14])。T_w 爲平板表面(固、液介面)溫度分佈，爲未知數。

方程式(8)中，T_w 爲平板表面(固、液介面)溫度且隨 x 而變，爲求得 T_w 之值，另需一個額外之熱傳導統御方程式。在平板熱傳導中，假設爲二維，則平板內穩態熱傳導方程式爲

$$\frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T_s}{\partial y^2}=0 \tag{12}$$

式中，T_s 爲平板之溫度分佈。由物理觀點而言，平板及微極流體在固、液介面處，其溫度必須是連續的，因此，必須滿足下列邊界條件

在 $y=-b$：

$$T_s=T_b(x)=Ax^n+T_\infty \tag{13a}$$

在介面處($y=0$)：

$$T_s=T(x,0)，$$

$$-K_s\frac{\partial T_s}{\partial y}=-K_f\frac{\partial T(x,0)}{\partial y} \tag{13b}$$

式中，K_s 及 K_f 分別爲平板與流體之熱傳導率，而 A 與 n 爲常數。

現假設平板長度比起厚度 b 要大很多，則在平板熱傳導方程式中的軸向(x 方向) 傳導可略而不計[24,27]，所以平板內穩態熱傳導方程式可利用方程式(12)及邊界條件(13)，簡化並可解得介面處之溫度分佈爲

$$T_w(x)=T(x,0)=b\frac{K_f}{K_s}\frac{\partial T(x,0)}{\partial y}+T_b \tag{14}$$

爲求簡化統御方程式，對相關之物理量引入下列無因次關係式

$$\xi=\frac{Gr_x}{\mathrm{Re}_x^2},\ \eta=\frac{\mathrm{Re}_x^{1/2}\,y}{x},\ \varphi=\nu\,\mathrm{Re}_x^{1/2}\,F,$$

$$N=\frac{\nu\,\mathrm{Re}_x^{3/2}\,G}{x^2},\ \theta=\frac{T-T_\infty}{T_b-T_\infty} \tag{15}$$

式中，ξ 、η 爲無因次變數；$F(\xi,\eta)$ 、

$G(\xi,\eta)$ 和 $\theta(\xi,\eta)$，分別爲無因次虛擬流線函數、微角速度和溫度。此外 Re_x 與 Gr_x 分別爲局部雷諾(local Reynolds)數與局部格雷修夫(local Grashof)數，分別定義爲

$$\mathrm{Re}_x=\frac{U_w x}{\nu}\quad,\quad Gr_x=\frac{g\beta(T_b-T_\infty)x^3}{\nu^2} \tag{16}$$

再定義流線函數 φ 如下，且可自動滿足連續方程式(1)

$$u=\frac{\partial\varphi}{\partial y},\quad v=-\frac{\partial\varphi}{\partial x}. \tag{17}$$

因此，將方程式(16)代入方程式(2)~(4)中，可得無因次化之統御方程式

$$(1+\Delta)F'''+\frac{(p+1)}{2}FF''-pF'F'+\Delta G'+\xi\theta=(n+1-2p)\xi\left(F'\frac{\partial F'}{\partial\xi}-F''\frac{\partial F}{\partial\xi}\right) \tag{18}$$

$$\lambda G''+\left(\frac{p+1}{2}\right)FG'-\left(\frac{3p-1}{2}\right)F'G-\Delta B\xi(2G+F'')=(n+1-2p)\xi\left(F'\frac{\partial G}{\partial\xi}-G'\frac{\partial F}{\partial\xi}\right) \tag{19}$$

$$\frac{1}{\mathrm{Pr}}\theta''+\left(\frac{p+1}{2}\right)F\theta'-nF'\theta=(n+1-2p)\xi\left(F'\frac{\partial\theta}{\partial\xi}-\theta'\frac{\partial F}{\partial\xi}\right) \tag{20}$$

在此方程式中，上標 ’表對 η 的偏微分；$\mathrm{Pr}=\nu/\alpha$ 爲Prandtl 數；且無因次參數 Δ 、B 和 λ，分別表微極流體之渦旋黏度、微慣量及渦旋梯度黏度，其定義分別爲

$$\Delta=\frac{\kappa}{\mu},B=\frac{L^2}{j\,\mathrm{Re}},\lambda=\frac{\gamma}{\mu j} \tag{21}$$

此外，L 是特徵長度；Gr 爲 Grashof 數；Re 是 Reynolds 數，分別定義如下：

$$L=\frac{U_w^2}{g\beta(T_0-T_\infty)}\ ,\quad Gr=\frac{g\beta(T_b-T_\infty)L^3}{\nu^2}\ ,\quad \mathrm{Re}=\frac{U_w L}{\nu}. \tag{22}$$

須特別注意的是，ξ 乃表示浮力效應大小之參數，因此在混合對流中 $0<\xi<\infty$；而其兩極端值：$\xi=0$ 相對應於純強制對流（無浮力效應）；$\xi\to\infty$ 相對應於純自然對流之狀況。而 p 表示平板移動特性參數，當 $p=0$ 相對應於均勻等速度移動；$p=1$ 相對應於線性移動。而 n 爲平板溫度特性參數，當 $n=0$ 相對應於等溫平板。

相對應之邊界條件(13)及(14)可轉換爲

在 $\eta=0$ 處：

$$(\frac{p+1}{2})F+(1-2p)\xi\frac{\partial F}{\partial \xi}=0 \text{；}$$

$$G+\frac{1}{2}F''=0 \text{；} F'=1 \text{；}$$

$$\Omega\xi^{-1/2}\theta'=\theta-1 \qquad (23a)$$

在$\eta\to\infty$處：

$$F'=0 \text{；} \quad G=0 \text{；} \quad \theta=0 \qquad (23b)$$

式中，$\Omega=\dfrac{K_f b}{K_s L}\mathrm{Re}^{1/2}$爲共軛熱傳參數。值得留意的是，參數$\Omega$的大小乃表示板壁熱傳導效應的強弱，當$\Omega=0$，$n=0$時，邊界條件(23a) 就變成等壁溫平板的狀況。

由方程式(18)-(20)及邊界條件(23)，亦可獲知，對於牛頓流體(即$\Delta=0$)時，可將(19)式省略，若$\xi=0$時，且$\Omega=0$、$p=0$或$p=1$，則簡化成爲 Tsou 等人[4]、Soundalgekar 及 Murty[5]與 Jacobi[6]對牛頓流體強制對流在等速或線性速度移動平板的形式。

在工程應用上，介面溫度分佈 θ_w、壁面摩擦係數C_f和局部 Nusselt 數 Nu_x常具有極重要的意義。可分別推導如下：

由無因次溫度之定義知

$$\theta_w=\frac{T_w-T_\infty}{T_b-T_\infty} \qquad (24)$$

另由壁面局部摩擦係數C_f及壁面剪應力τ_w之定義

$$C_f=\frac{2\tau_w}{\rho U_\infty} \text{，}$$

$$\tau_w=\left[(\mu+\kappa)\frac{\partial u}{\partial y}+\kappa N\right]_{y=0} \qquad (25)$$

可推導得

$$C_f\,\mathrm{Re}_x^{1/2}=2(1+0.5\Delta)F''(\xi,0) \qquad (26)$$

同樣地，以x爲函數之局部 Nusselt 數，$Nu_x=\dfrac{q_w x}{K_f(T_b-T_\infty)}$，可利用 Fourier 定律 $q_w=-K_f\left(\dfrac{\partial T}{\partial y}\right)_{y=0}$ 來導出無因次熱傳率爲

$$\frac{Nu_x}{\mathrm{Re}_x^{1/2}}=-\theta'(\xi,0)\,. \qquad (27)$$

參、數值方法分析

由於非線性方程式(18)~(20)爲一耦合方程組，爲求得本問題的數值解，需利用一套數值方法，來快速且準確的求解。前人已對三次樣線定置法(cubic spline collocation method)有了充分之探討，如：Chawla 等人[29]、Rubin 及 Graves[30]、Rubin 和 Khosla[31、32] 、Wang 及 Kahawita[33] 等，成功地推展此數值法，運用到解兩點邊界值問題的偏微分方程式，且更進一步推導出一種更高階之樣線函數，提高了二階導數及積分解之準確度。

利用此數值法解微分方程式，主要的優點有：微分方程式經離散化後，所得代數方程式之矩陣形式爲三條單一對角化矩陣、精確度較高、避免在邊界上用有限差分法產生誤差、增加計算速度。近來，更有許多的學者利用三次樣線定置法來解熱流問題，例如：Char 等人[25]用來解連續移動平板之共軛熱傳問題；Chiu 和 Chou[34]利用此數值法解微極流體，在波浪形散熱片之穩態及暫態熱傳問題。因此,三次樣線定置法確可求解對流熱傳問題，且具一定之準確度。

每一計算循環都是到達收斂才算完成，而收斂準則爲，在所有因變數的最大相對誤差須滿足

$$\frac{\left|\phi_{i,j}^{n+1}-\phi_{i,j}^{n}\right|_{\max}}{\left|\phi_{i,j}^{n}\right|_{\max}}<5\times10^{-6}$$

肆、結果與討論

圖2表示出不同的微極流體參數對壁面摩擦係數的影響，由圖中所示可知，當微極流體參數數值增加時，壁面摩擦係數會隨之降低。此乃因爲微極流體參數數值增加會增加動量邊界層的厚度，因此壁面摩擦係數降低。此外，壁面摩擦係數在微極流體(即$\Delta\neq0$的情況)中的大小，低於牛頓流體(即$\Delta=0$的情況)。

圖3中，以顯示出不同的微極流體參數對壁面耦合應力的影響，由圖中曲線所示可知，當微極流體參數數值降低時，壁面耦合應力會隨之增加。這是因爲，微極流體參數數值增加會增加角動量邊界層的厚度，因此壁面耦合應力降低。

不同的微極流體參數對壁面熱傳率$-\theta'(\xi,0)$的影響，表示在圖4中。圖中顯示，微極流體參數數值增加時，壁面熱傳率會隨之降低。此乃因爲微極流體參數數值增加會增加熱邊界層的厚度，因此導致壁面熱傳率降低。此外，壁面熱傳率在微極流體(即$\Delta\neq0$的情況)中的大小，低於牛頓流體(即$\Delta=0$的情況)。

伍、結論

本文探討微極流體對連續移動平板，在混合對流中之共軛熱傳現象做一探討。數值結果得知微極流體參數會造成壁面摩擦係數、無因次壁面耦合應力及局部熱傳率的降低。同時，比起無微懸浮微粒的流體(牛頓流體)來說，微懸浮微粒的存在會降低壁面摩擦係數及局部熱傳率。

陸、參考文獻

[1] Sakiadis B. C., Boundary-layer behavior on continuous solid surface: I. Boundary-layer equations for two dimensional and axisymmetric flow.

AIChE J. 7, 26-28, 1961.
[2] Sakiadis B. C., Boundary-layer behavior on continuous solid surface: II. The boundary-layer on a continuous flat surface. AIChE J. 7, 221-225, 1961.
[3] Sakiadis B. C., Boundary-layer behavior on continuous solid surface: III. The boundary-layer on a continuous cylinder surface. AIChE J. 7, 467-472, 1961.
[4] Tsou F. K., Sparrow E. M. and Goldstein R. J., Flow and heat transfer in the boundary layer on a continuous moving surface. Int. J. Heat Mass Transfer 10, 219-235, 1967.
[5] Soundalgekar V. M. and Murty T. V. R., Heat transfer in flow past a continuous moving plate with variable temperature. Warme-und Stoffubertragung 14, 91-93, 1980.
[6] Jacobi A. M., A scale analysis approach to the correlation of continuous moving sheet (backward boundary layer) forced convection heat transfer. ASME J. Heat Transfer 115, 1058-1061, 1993.
[7] Chen C. H., Mixed convection cooling of a heated, continuously stretching surface. Heat and Mass Transfer 36, 79-86, 2000.
[8] Soundalgekar V. M., Takhar H. S., Das U. N., Deka R. K. and Sarmah A., Effect of variable viscosity on boundary layer flow along a continuously moving plate with variable surface temperature. Heat and Mass Transfer 40, 421-424, 2004.
[9] Eringen A. C., Simple microfluids, Int. J. Eng. Sci. 2, 205-217, 1964.
[10]Eringen A. C., Theory of micropolar fluids, J. Math. Mech. 16, 1-18, 1966.
[11]Erdogan M. E., Polar effects in the apparent viscosity of a suspension, Rheol. Acta 9, 434-438, 1970.
[12]Eringen A. C., Theory of thermomicrofluids, J. Math. Anal. Appl. 38, 480-496, 1972.
[13]Ariman T., Turk, M. A. and Sylvester, N. D., Microcontinuum fluid mechanics - a review, Int. J. Eng. Sci. 11, 905-930, 1973.
[14]Ariman T., Turk, M. A. and Sylvester, N. D., Applications of microntinuum fluid mechanics, Int. J. Eng. Sci. 12, 273-293, 1974.
[15]Soundalgekar V. M. and Takhar, H. S., Flow of micropolar fluid past a continuously moving plate, Int. J. Eng. Sci. 21, 961-965, 1983.
[16]Gorla R. S. R. and Ameri A., Boundary layer flow of a micropolar fluid on a continuous moving cylinder, Acta Mech. 57, 203-214, 1985.
[17]Gorla R. S. R. and Reddy P. V., Flow and heat transfer from a continuous

surface in a parallel free stream of micropolar fluid. Int. J. Engng Sci. 25, 1243-1249, 1987.
[18]Agarwal R. S., Bhargava R. and Balaji A. V. S., Finite element solution of flow and heat transfer of a micropolar fluid over a stretching sheet. Int. J. Engng Sci. 27, 1421-1428, 1989.
[19]Yucel A., Mixed convection in micropolar fluid flow over a horizontal plate with surface mass transfer. Int. J. Engng Sci. 27, 1593-1602, 1989.
[20]Gorla R. S. R. and Reddy P. V., Combined forced and free convection in micropolar boundary layer flow on a continuous moving flat plate, Int. J. Eng. Fluid Mech. 5, 559-570, 1992.
[21]El-Arabawy H. A. M., Effect of suction/injection on the flow of a micropolar fluid past a continuously moving plate in the presence of radiation. Int. J. Heat and Mass Transfer 46, 1471-1477, 2003.
[22]Chida K. and Katto Y., Study on conjugate heat transfer by vectorial dimensional analysis, Int. J. Heat Mass Transfer 19, 453-460, 1976.
[23]Sparrow E. M. and Chyu M. K., Conjugated forced convection - conduction analysis of heat transfer in a plate fin, ASME, J. Heat Transfer 104, 204-206, 1982.
[24]Pozzi A. and Lupo M., The coupling of conduction with laminar natural convection along a flat plate, Int. J. Heat Mass Transfer 31, 1807-1814, 1988.
[25]Char M. I., Chen C. K. and Cleaver J. W., Conjugate forced convection heat transfer from a continuous, moving flat sheet, Int. J. Heat Fluid Flow 11, 257-261, 1990.
[26]Chen C. H. and Chiou J. S., Conjugate free convection heat transfer analysis of a vertical plate fin embedded in non-darcian porous media, Int. J. Eng. Sci. 32,1703-1716, 1994.
[27]Na T. Y., Effect of wall conduction on natural convection over a vertical slender hollow circular cylinder, Appl. Sci. Res. 54, 39-50, 1995.
[28]Vynnycky M. and Kimura S., Conjugate free convection due to a heated vertical plate, Int. J. Heat Mass Transfer 39, 1067-1080, 1996.
[29]Chawla, T. C. Leaf, G. Chen, W. L., and Grolmes, M. A., The application of the collocation method using hermite cubic spline to nonlinear transient one-dimensional heat conduction problem, ASME, J. Heat Transfer 97, 562-569, 1975.
[30]Rubin, S. G. and Graves, R. A., Viscous flow solution with a cubic spline approximation, Comput. Fluids 3, 1-36, 1975.

[31]Rubin, G. S. and Khosla, P. K., Higher-order numerical solutions using cubic splines, AIAA J., 14, 851-858, 1976.

[32]Rubin, G. S. and Khosla, P. K., Polynomial interpolation methods for viscous flow calculation, J. Comput. Phys. 24, 217-244, 1977.

[33]Wang, P. and Kahawita, R., Numerical integration of partial differential equations using cubic splines, Int. J. Comput. Math. 13, 271-286, 1983.

[33]Chiu, C. P. and Chou, H. M., Free convection in the boundary layer flow of a micropolar fluid along a vertical wavy surface, Acta Mech. 101, 161-174, 1993.

[34]Chiu, C. P. and Chou, H. M., Transient analysis of natural convection along a vertical wavy surface in micropolar fluids, Int. J. Eng. Sci. 32, 19-33, 1994.

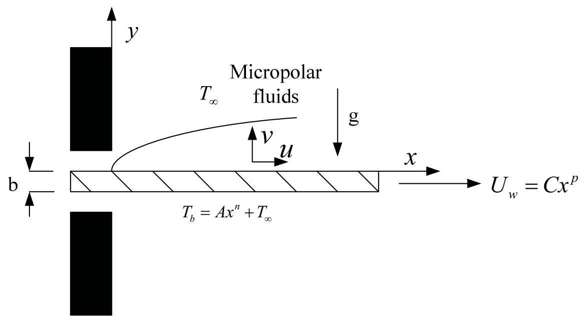

圖1 物理模型

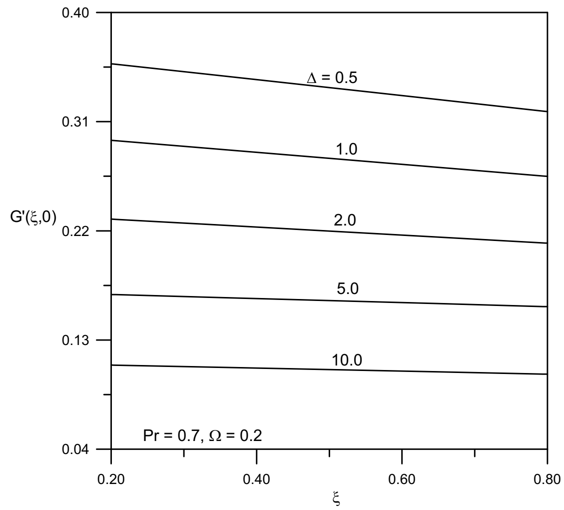

圖3 微極流體參數對壁面耦合應力的影響

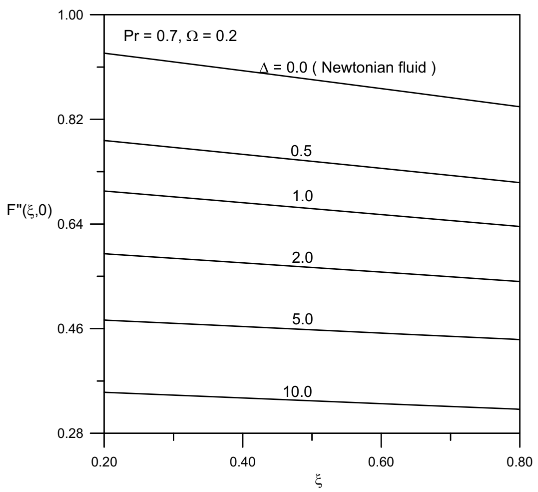

圖2 微極流體參數對壁面摩擦係數的影響

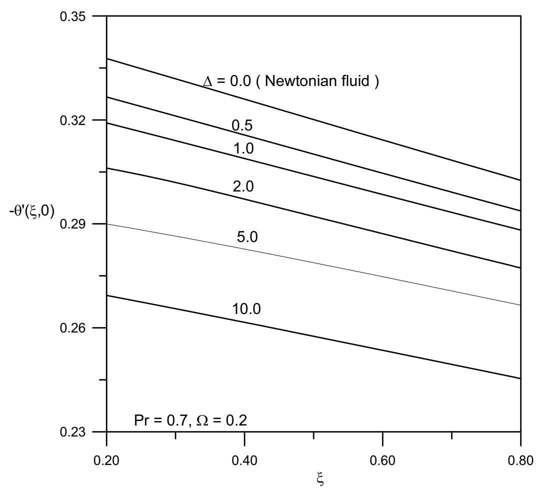

圖4 微極流體參數對局部熱傳率的影響